

凸射影に基づく適応信号処理アルゴリズム

山田 功 (東京工業大学大学院集積システム専攻 助教授)

1. はじめに

適応信号処理技術が利用される環境は厳しくなる一方であり、また、システムの集積化・小型化・低消費電力化への要求から、(i) 信号の統計的な性質に強く依存せず、(ii) 雑音にロバストで、しかも (iii) 収束速度が早く、おまけに (iv) 計算コストが小さくて済む、適応信号処理アルゴリズムが待望されている。

従来の線形理論にもとづく適応信号処理方式は、ほぼ例外なく、信号を定常ランダム過程としてモデル化し、平均操作によって推定される統計量を使って目的関数(多くは微分可能な2乗平均誤差など)を定義し、これを最適化する方針がとられていた。例えば、(これまでの)定番として不動の位置にある(あった?)Recursive Least Square (RLS)法や Least Mean Square (LMS)法は、信号の定常性を重要な拠り所としている。定常性を仮定しなければ、統計量が意味を持たないからである。また、アルゴリズムの収束性も(理想的には時不変な)目的関数に対する平均的な振る舞いを捕らえることによって論じられてきた。ところが、定常性の仮定は多くの場合成立しない。また、推定された統計量を最大限に利用しようとするほど、計算コストは増大し、雑音に対する脆弱性を露呈することになる。従来の線形適応信号処理アルゴリズムは、上の(i)~(iv)の要求に応えようとするとき、逃れようの無いトレードオフを抱えていたのである。

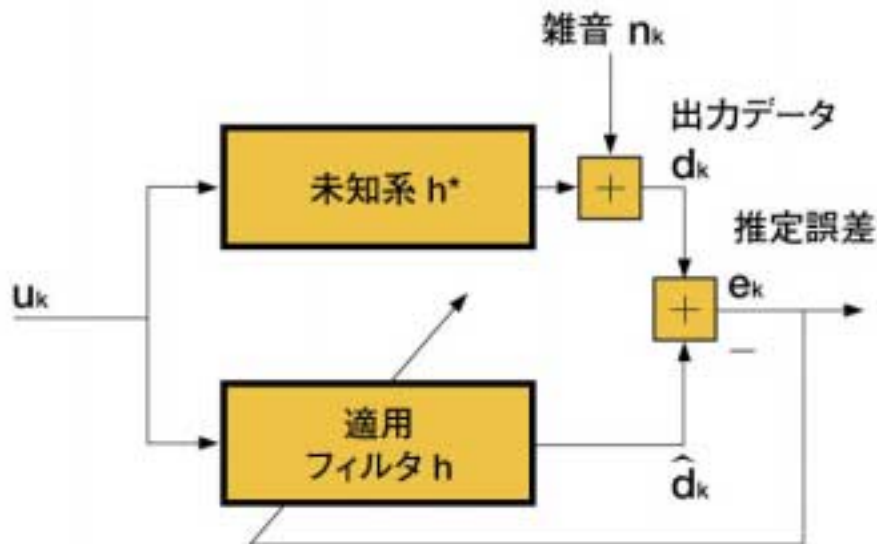
それでは、(i)~(iv)の要求を同時に満たす贅沢なアルゴリズムは見果てぬ夢なのだろうか？ 筆者らは、この夢を実現する鍵が"凸(トツと読む)性"と呼ばれる"良質の非線形性"の利用にあることを確信しており、検討を進めている。以下では、筆者らの研究の背景とその考え方的一端をできるだけ簡単にご紹介したい。

2. 適応射影劣勾配法とハイブリッド最急降下法

線形で十分な勝算が見込めない以上「いよいよ非線形か？」ということになるが、「一般に非線形理論は、線形理論に較べてはるかに難しい。適応信号処理技術を非線形にしても、どうせ複雑なことをするのだから計算コストが増大し、ろくなものはできないだろう。」というのが大方の予想であった。その最も大きな理由は非線形問題の解が通常山脈のような形の関数の谷底に佇んでいることにある。たくさんある谷の最深部を目指すことは、実時間処理ではほとんど不可能である。

適応信号処理問題では、時々刻々変化する未知システムへの入力信号と(雑音が重畳された)出力信号のペアを観測し、この情報から未知システムを推定することが主要な目標となる(図1参照)。われわれにできることは、入出力データのペアをかき集め、

雑音の影響を考慮して未知システムのパラメータが満たすべき諸条件を与え、この諸条件を同時に満足するパラメータを低計算コストで近似推定することである。



われわれは、各時刻で未知システムのパラメータが高い確率で所属する凹みのない集合（凸集合という）の構成法を考えた[1]。各時刻でこのような凸集合がいくつかが与えられるとき、これらの共通部分で最小値をとる（お椀型をした）連続関数（凸関数という）をうまく構成し、これをなるべく小さくするパラメータを計算することが、この時刻での“われわれの目標”となる。幸いなことに、この目標は、各々の凸集合のなかで一番近い点を選ぶ操作（凸射影という）の近似計算（劣勾配射影という）を並列に実行することによって、低計算コストで十分に達成できる。この考え方を実現したのが、われわれが提唱する“適応射影劣勾配法”である[2,3]。適応射影劣勾配法は既にステレオエコー消去問題の他、CDMAのブラインドマルチユーザー適応受信問題に応用され、はじめに挙げた(i)～(iv)の総ての点で従来法をはるかに上回る性能を達成している[4]。今後、情報通信、適応制御、学習理論の多くの分野での応用を検討していく予定である。なお、このアルゴリズムを支えているのは、「問題の解」を「写像の不動点（写像によって動かない点）」と同一視する考え方である。この方針は、より一般の信号処理アルゴリズムを構築していく上でも強力な戦略となるに違いない。筆者らは、不動点集合上で定義された凸関数の最小化問題を解決する「ハイブリッド最急降下法」を提案し、これが制約付非線形逆問題に対する統一的な解法を与えていることを示している。詳細については[5,6,7]を参照されたい。

謝辞 本研究に暖かいご理解を賜り、高く評価して下さった国際コミュニケーション基金に心より感謝申し上げます。

参考文献

- [1] I. Yamada, K. Slavakis and K.Yamada, "An efficient robust adaptive filtering algorithm based on parallel subgradient projection techniques," IEEE Trans. Signal Processing, pp.1091-1101, vol.50, no.5,2002.
- [2] 山田功: "射影型適応アルゴリズムの新展開 ---射影劣勾ばい法による統一的視点とその応用," 電子情報通信学会誌, Vol.86, No.8, pp.654-658, 2003.
- [3] I.Yamada and N.Ogura "Adaptive Projected Subgradient Method and Its Applications to Set Theoretic Adaptive Filtering," Proceedings of Asilomar Conference, 2003.
- [4] I.Yamada, N.Ogura and M. Yukawa: "Adaptive Projected Subgradient Method and its Acceleration Techniques (Invited)," IFAC Workshop on Adaptation and Learning in Control and Signal Processing, Aug., 2004.
- [5] I.Yamada, The hybrid steepest descent method for the variational inequality problem over the intersection of fixed 点 sets of nonexpansive mappings, in Inherently Parallel Algorithm for Feasibility and Optimization, pp.473-504, Elsevier, 2001.
- [6] I.Yamada, N.Ogura and N.Shirakawa, "A numerically robust hybrid steepest descent method for the convexly constrained generalized inverse problems," in Inverse Problems, Image Analysis, and Medical Imaging, Contemporary Mathematics, 313, pp.269-305, (American Mathematical Society) 2002.
- [7] C. Byrne, "A unified treatment of some iterative algorithms in signal processing and image reconstruction," Inverse Problems, Vol.20, no.1, pp. 103--120, 2004.